Raumzeit im Unterricht

F. Herrmann und M. Pohlig, Karlsruher Institut für Technologie

Karlsruher Institut für Technologie

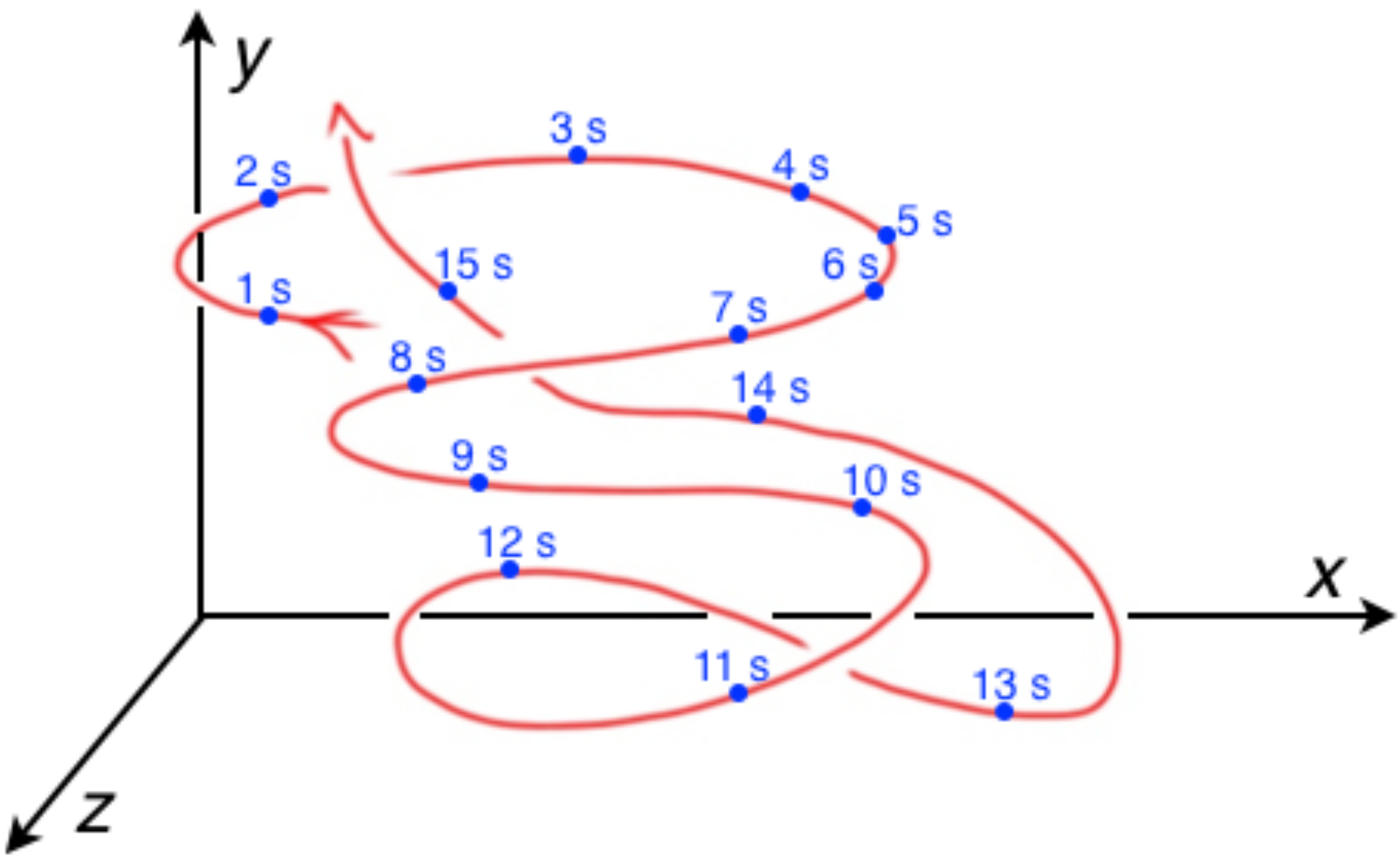
www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de
www.kpk-akademie.de

8.1 Darstellungsfragen, Bezeichnungen (Weltlinie)

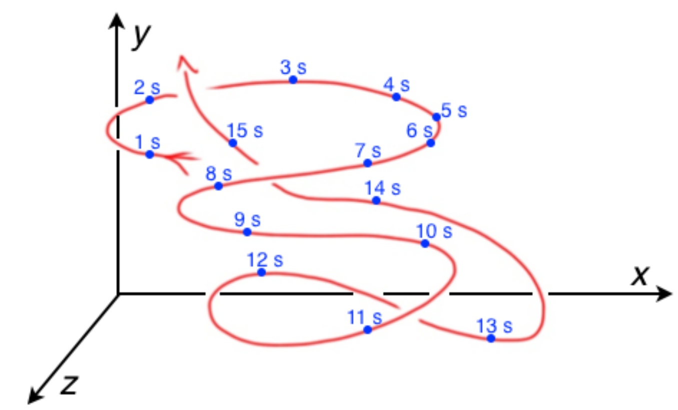
8.2 Zeitlicher Abstand zweier Raumzeit-Punkte

8.3 Zeitreisen, Zwillingsparadoxon

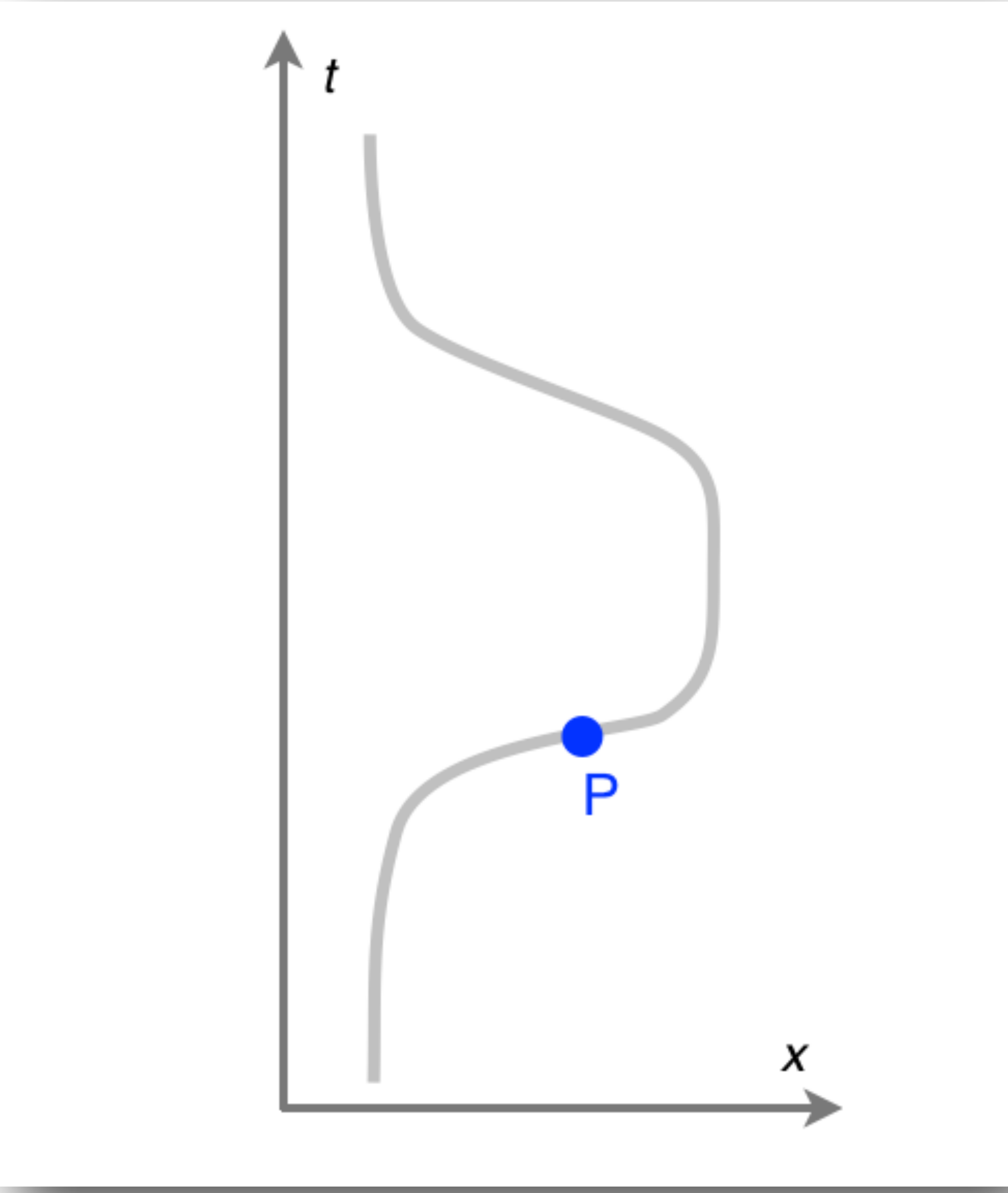
8.4 Bewegung auf einer Kreisbahn, GPS



Bahnkurve



Bahnkurve



Weltlinie

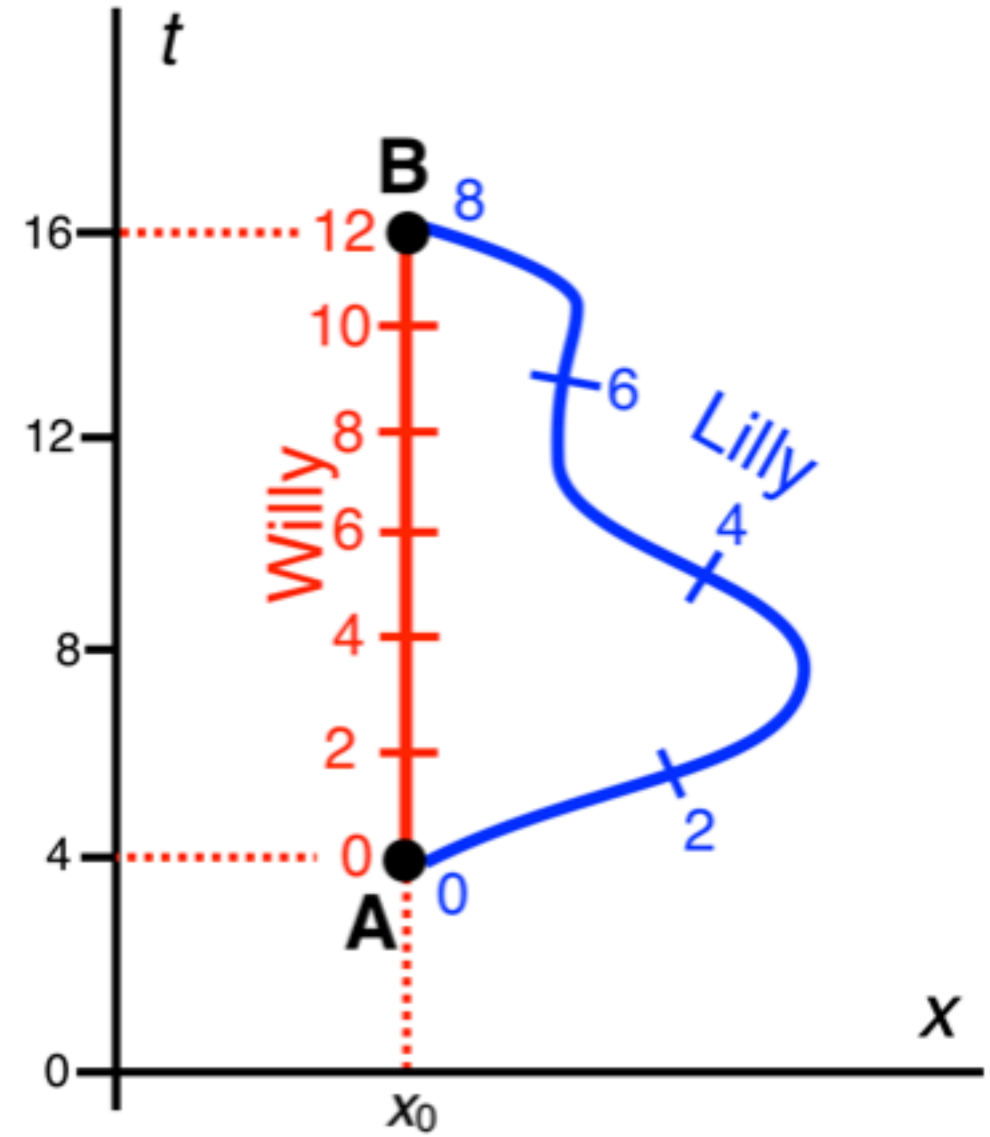
Eine Weltlinie beschreibt die Bewegung eines Körpers. Sie sagt uns, an welchem Ort sich ein Körper zu verschiedenen Zeitpunkten befindet.

8.1 Darstellungsfragen, Bezeichnungen (Weltlinie)

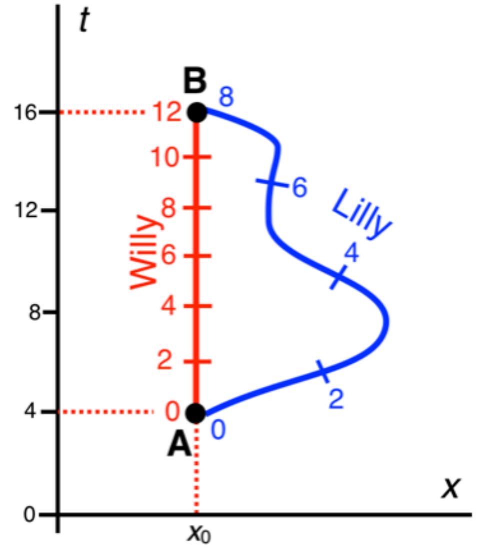
8.2 Zeitlicher Abstand zweier Raumzeit-Punkte

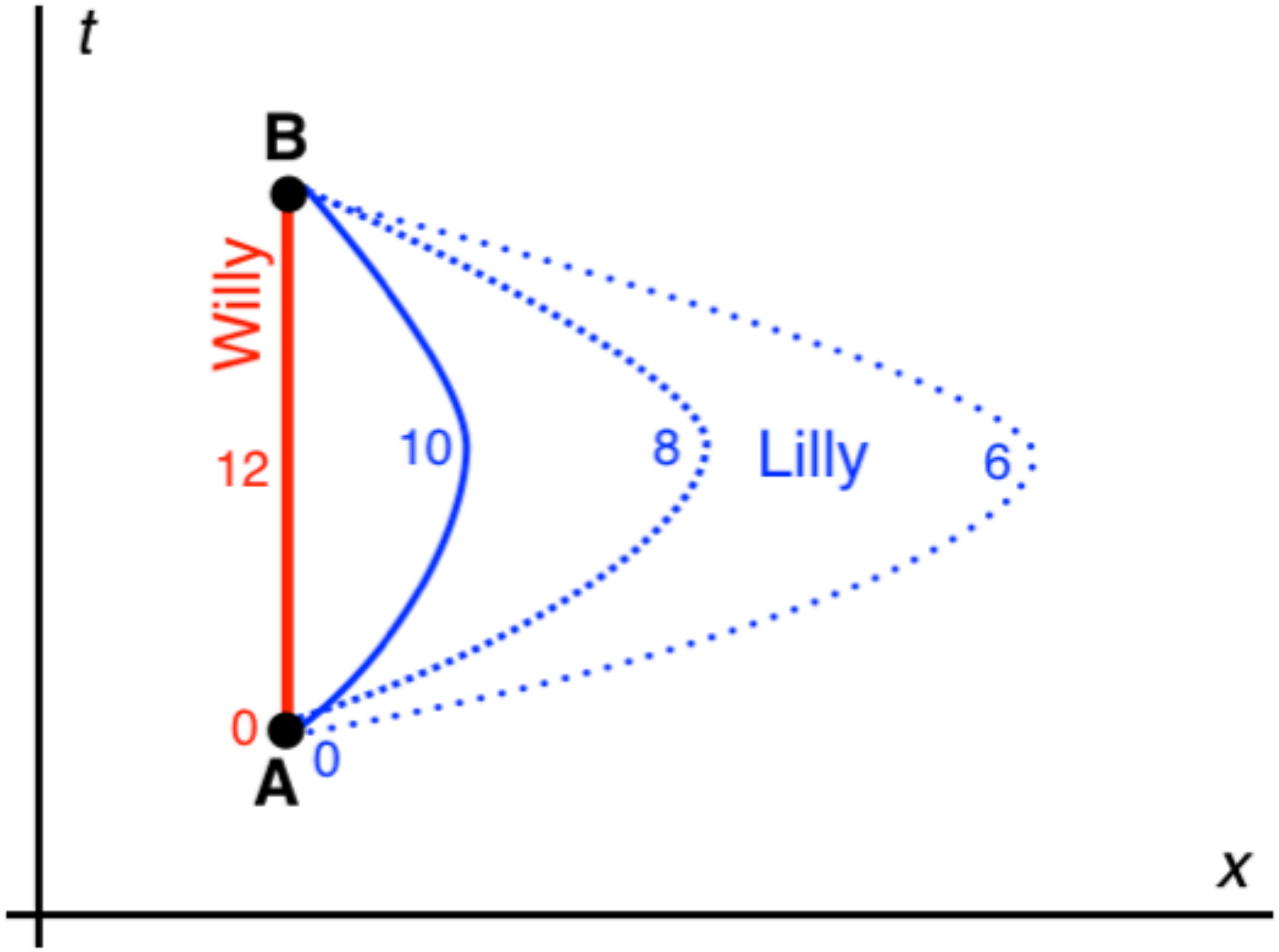
8.3 Zeitreisen, Zwillingsparadoxon

8.4 Bewegung auf einer Kreisbahn, GPS

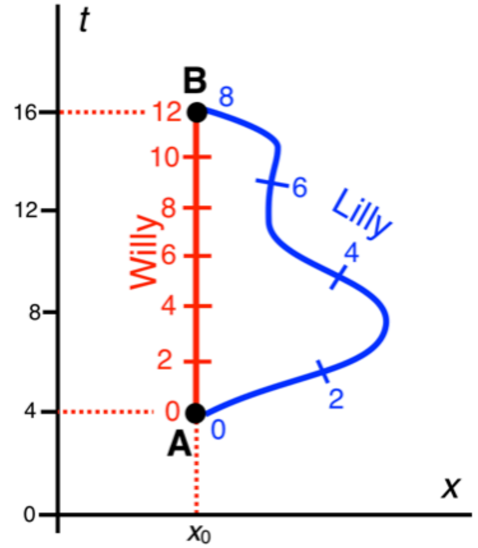


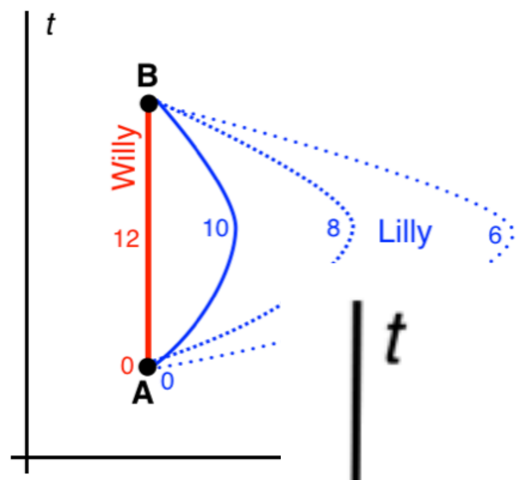
Wenn sich zwei Personen mit ihren Uhren trennen (Ereignis A) und später wieder treffen (Ereignis B), so zeigen die Uhren unterschiedliche Zeiten an.



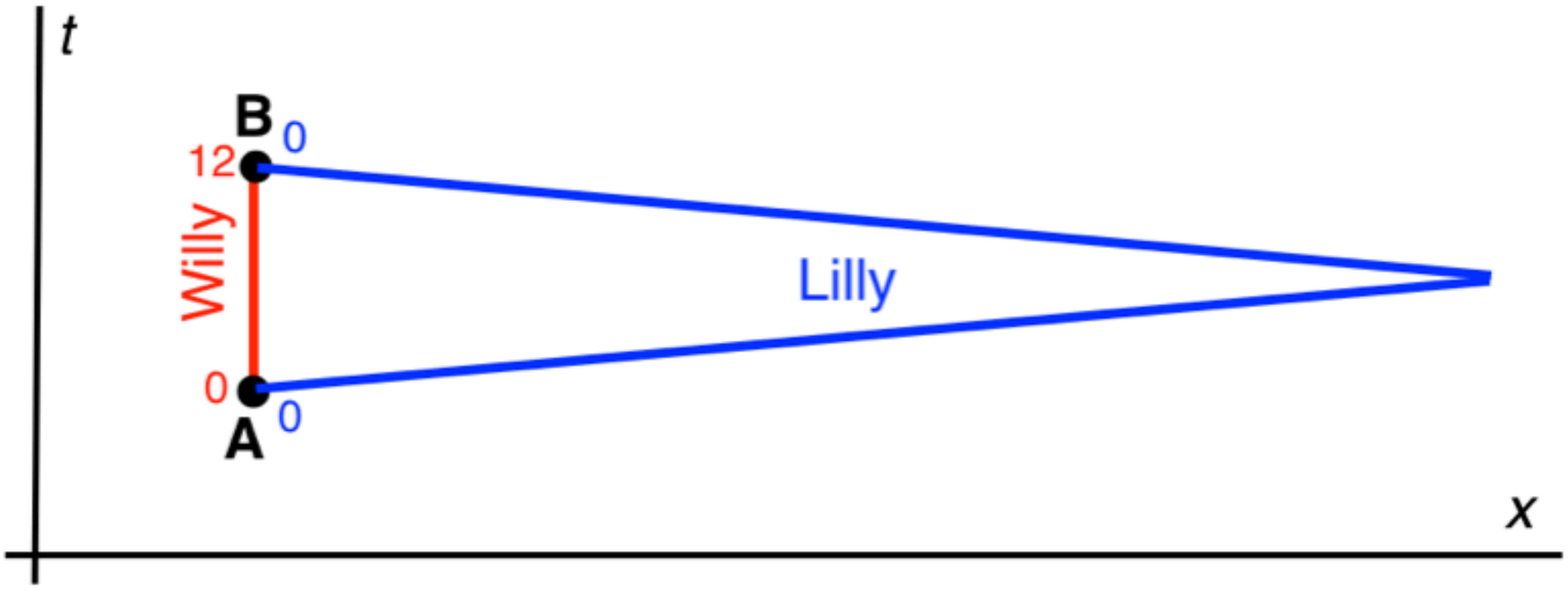


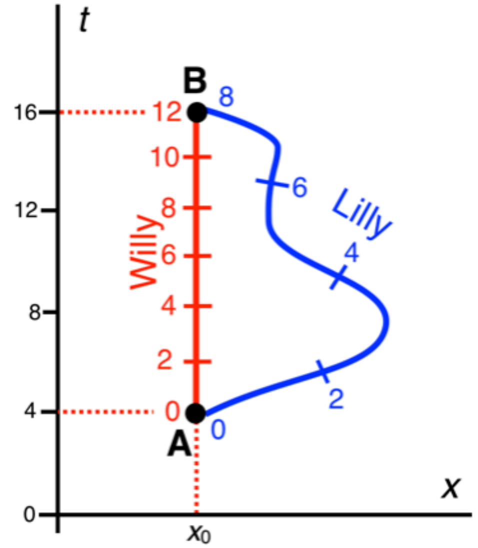
Für diejenige Person (Uhr), die sich gar nicht bewegt, vergeht die meiste Zeit.

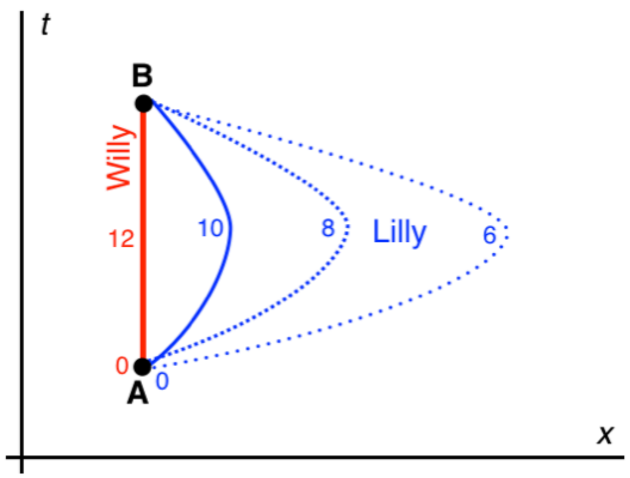


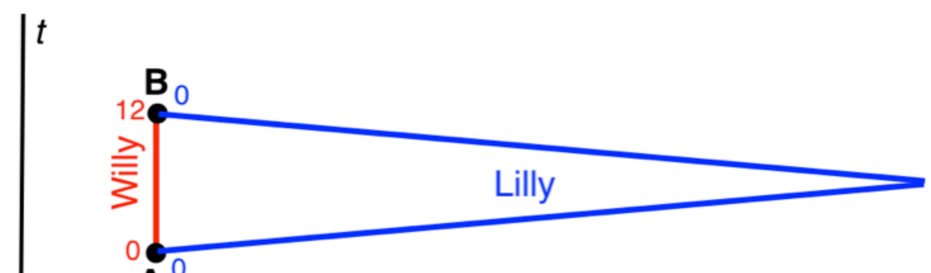


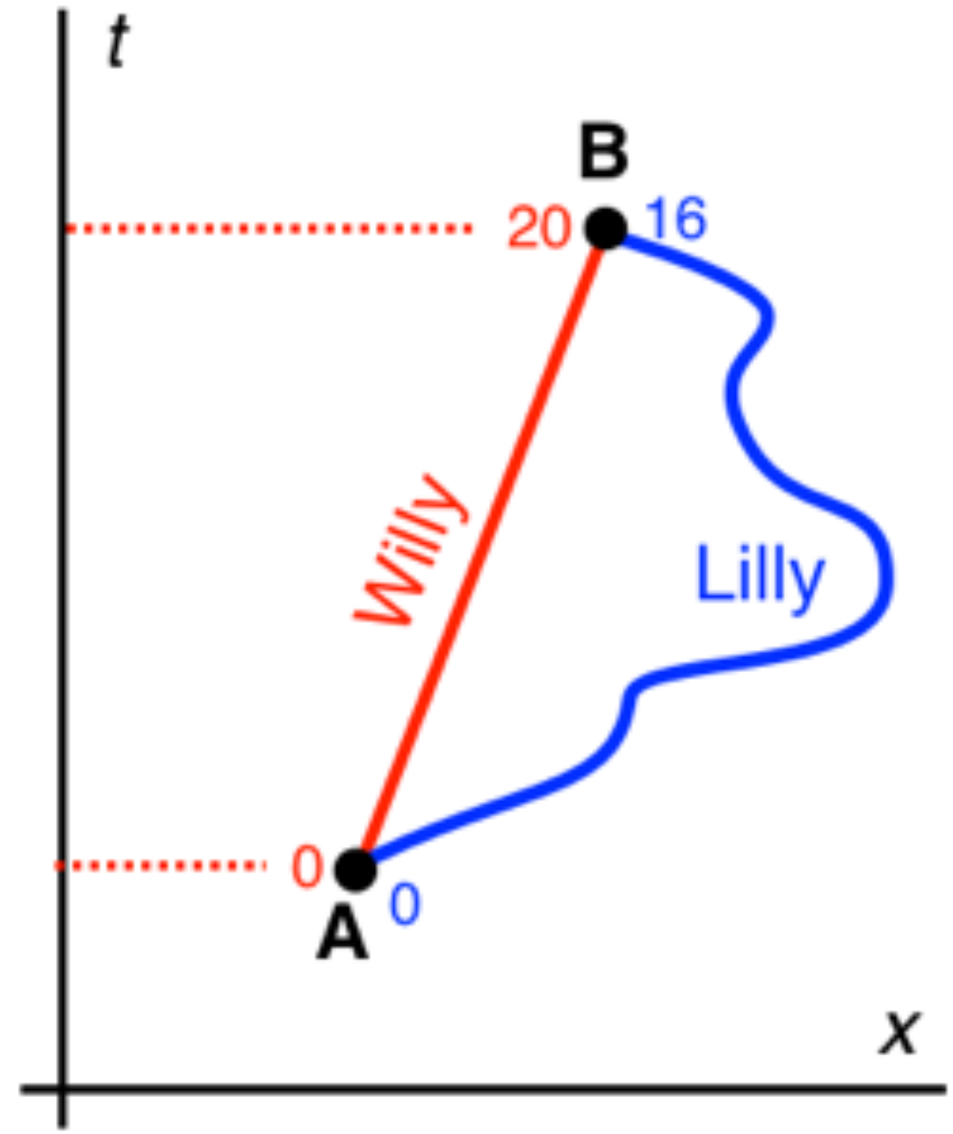
Für eine Person (Uhr), die mit (fast) der Grenzgeschwindigkeit von A nach B gelangt, vergeht (fast) keine Zeit.



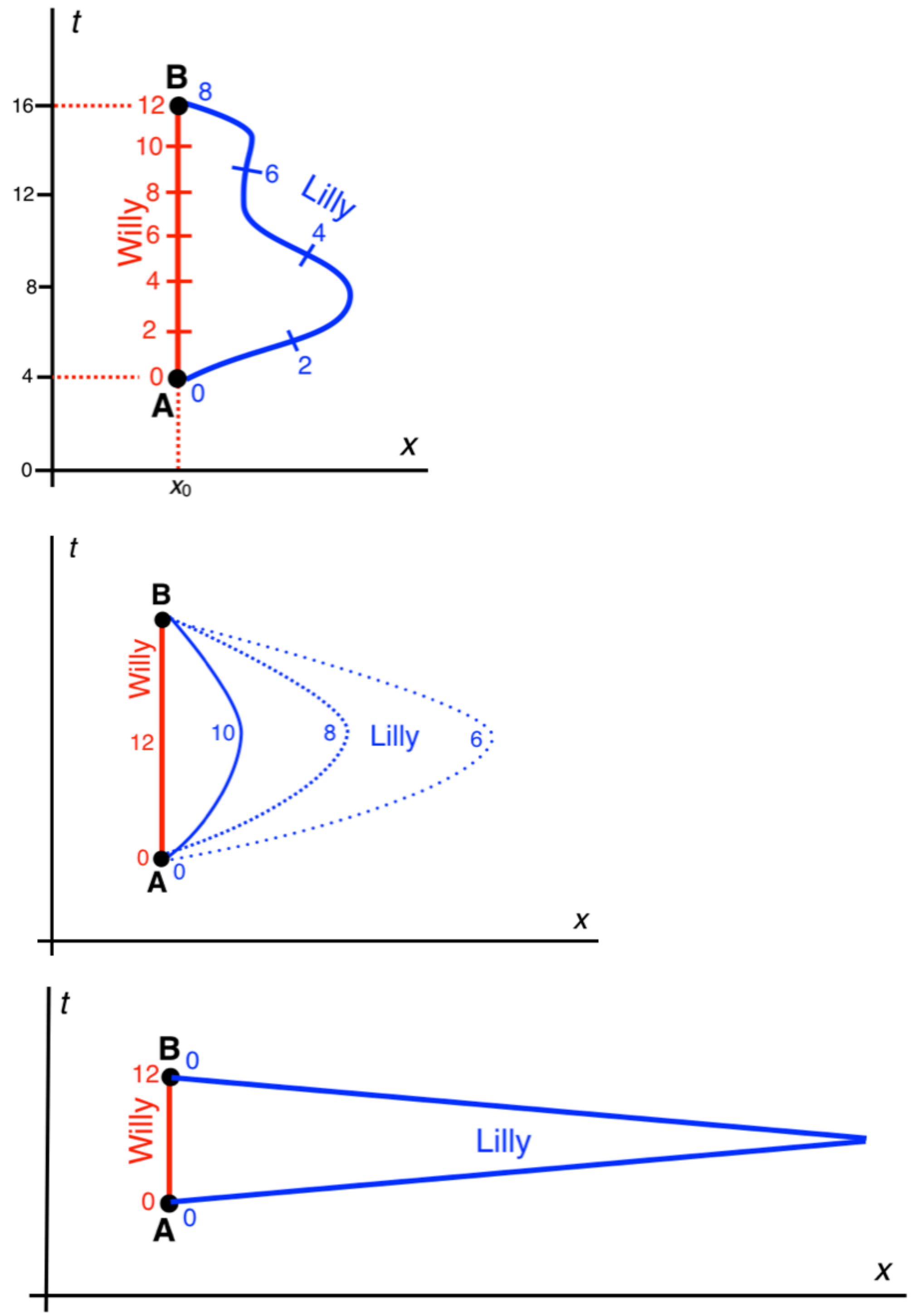


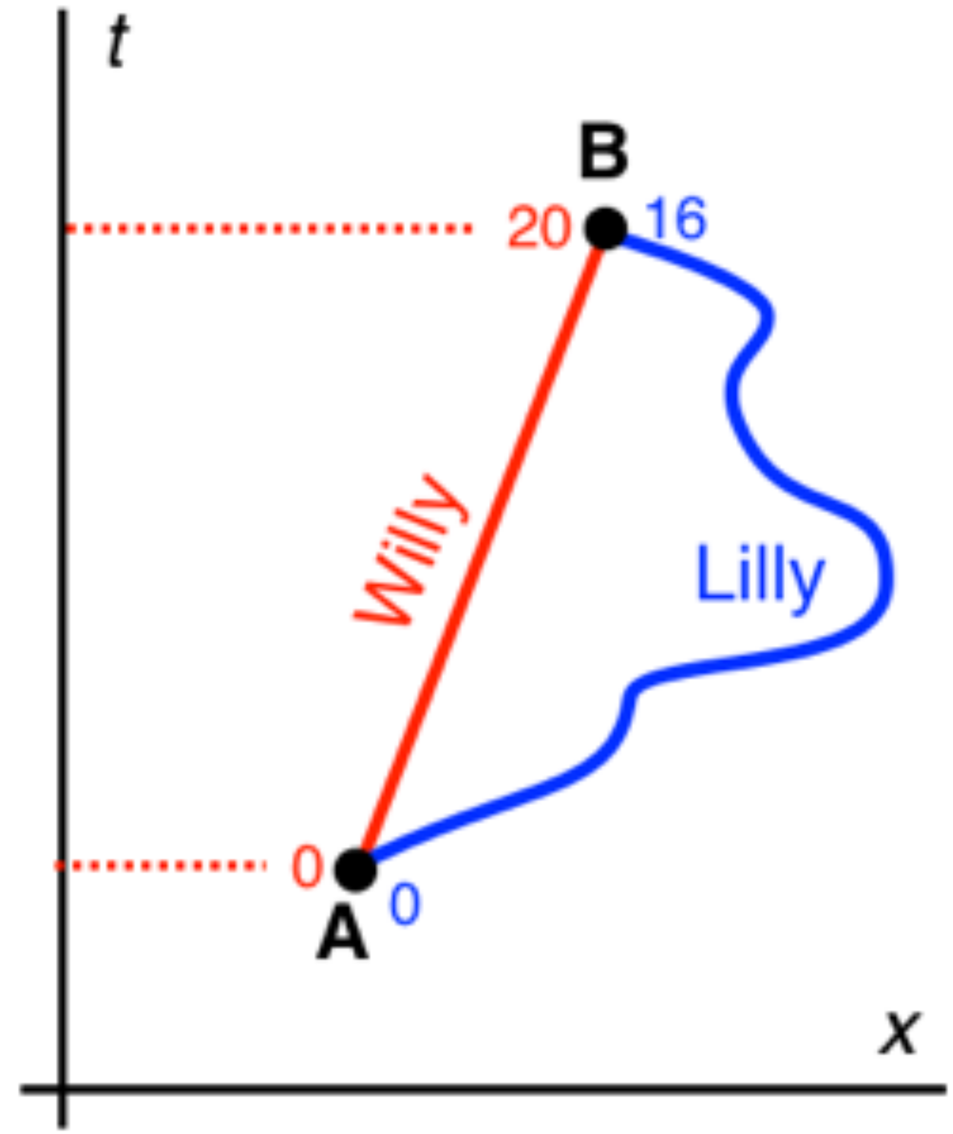




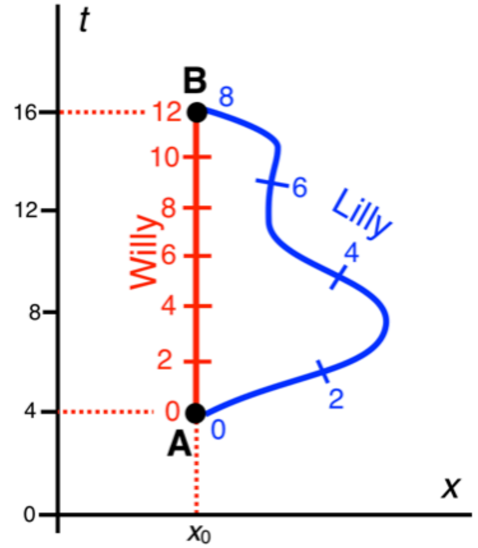


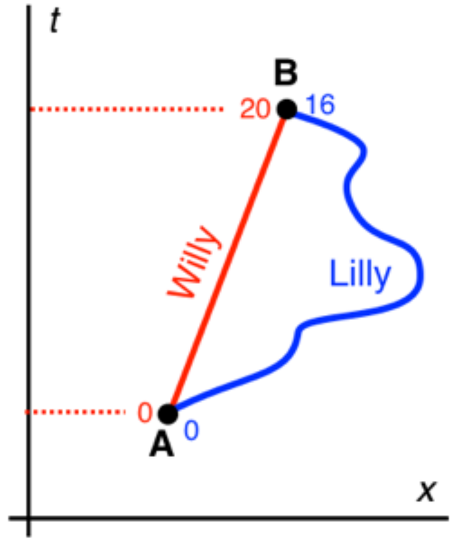
Für diejenige Person (Uhr), die sich frei schwebend bewegt, vergeht die meiste Zeit. Für eine Person (Uhr), die mit (fast) der Grenzgeschwindigkeit von A nach B gelangt, vergeht (fast) gar keine Zeit.

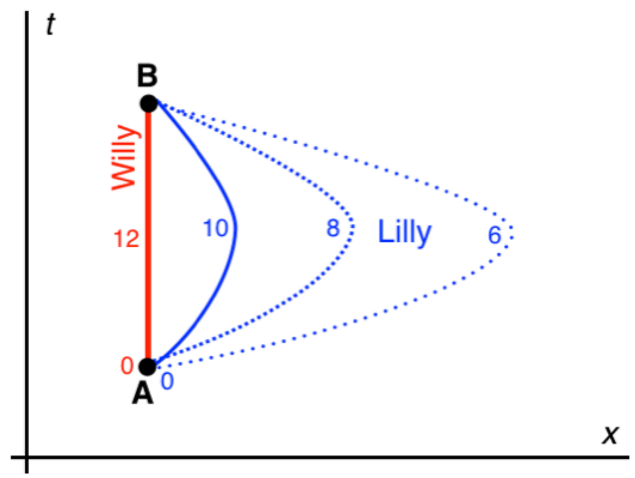


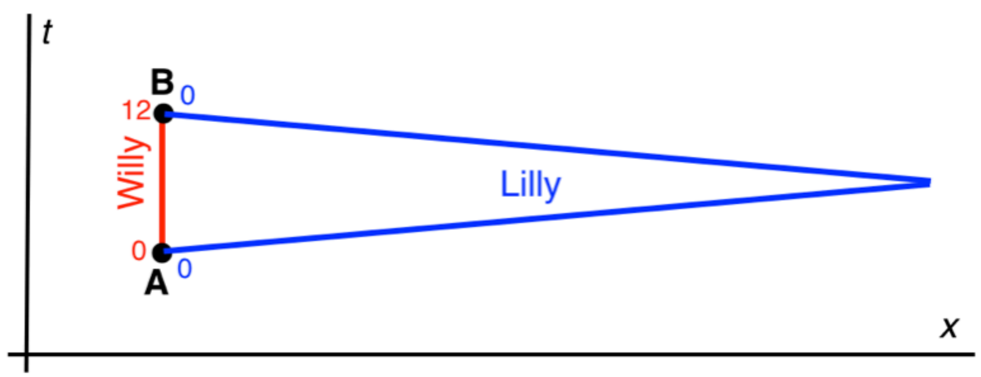


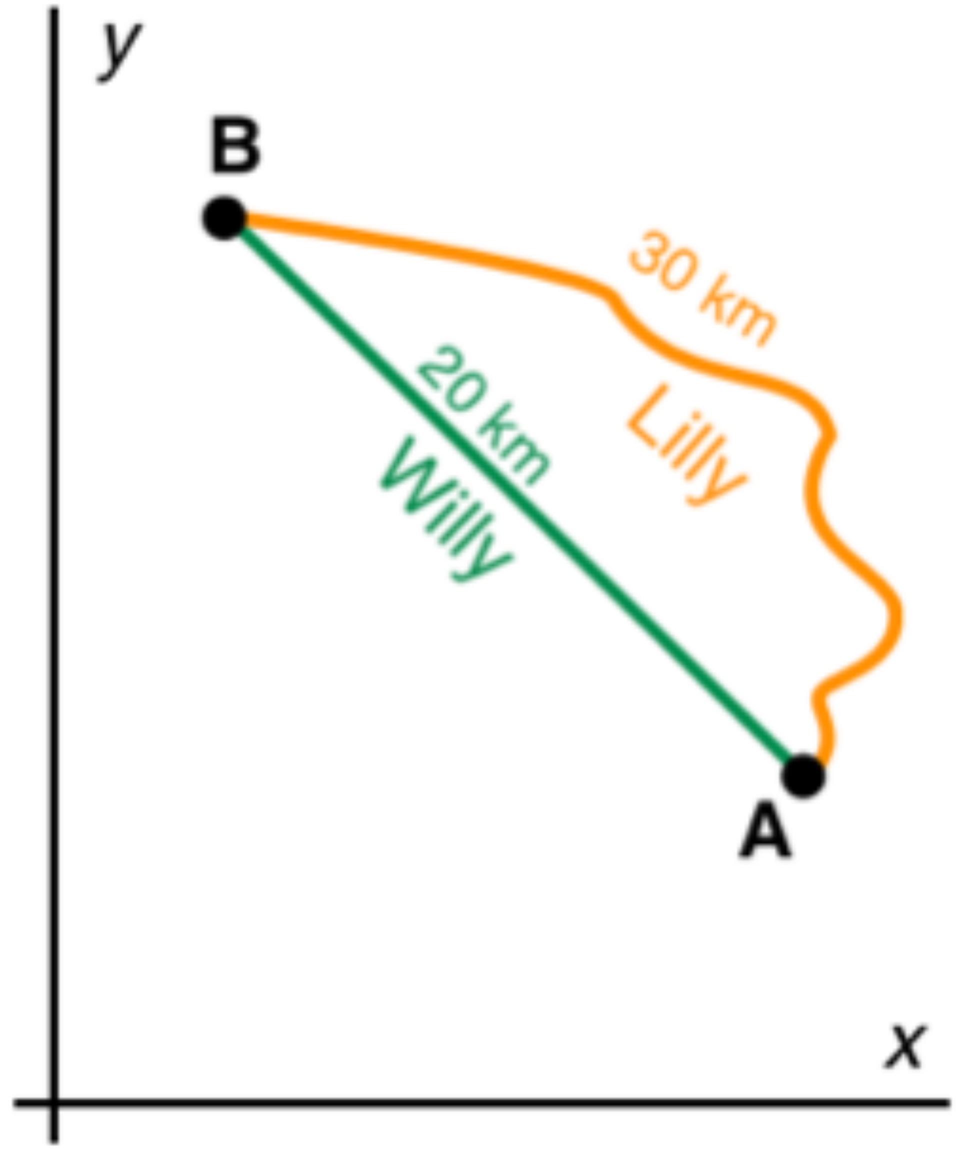
Auf der geraden Weltlinie vergeht die meiste Zeit.

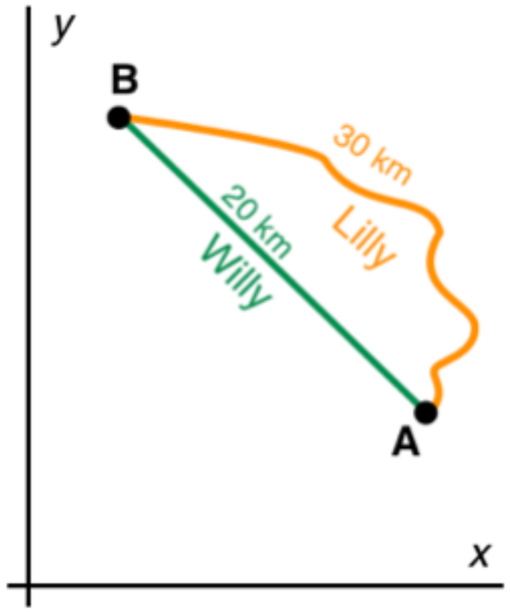

t
x
x_0
B
A
Willy
Lilly
16
12
8
4
0
12
10
8
6
4
2
0
8
6
4
2
0

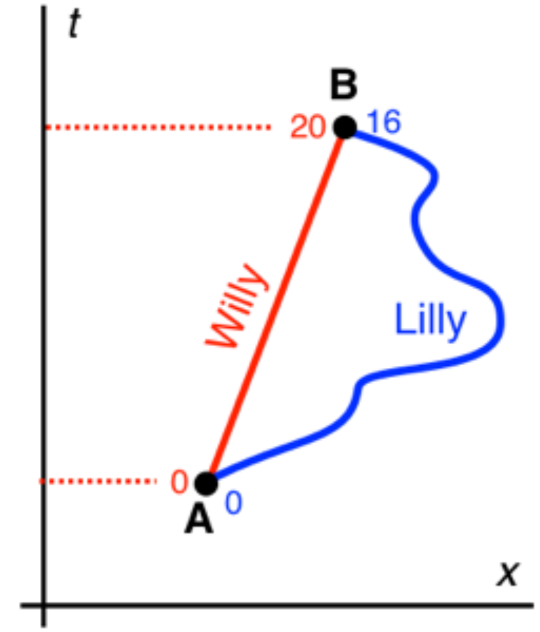

t
x
B
A
Willy
Lilly
20
16
0
0


t
x
B
A
Willy
Lilly
12
0
10
8
6
0


t
x
B
A
Willy
Lilly
12
0
0
0


y
x
B
A
30 km
Lilly
20 km
Willy





normaler Ortsraum	Raumzeit
Ort (Raumpunkt)	**Raumzeit-Punkt**
Kilometerzähler	**Uhr**
Bewegung auf einer Geraden: kleinste Entfernung	**frei schwebende Bewegung: größter zeitlicher Abstand**

8.1 Darstellungsfragen, Bezeichnungen (Weltlinie)

8.2 Zeitlicher Abstand zweier Raumzeit-Punkte

8.3 Zeitreisen, Zwillingsparadoxon

8.4 Bewegung auf einer Kreisbahn, GPS

$$T_k = T_g \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$v \ll c$	$T_k \approx T_g$	Alltag
$v \to c$	$T_k \to 0\text{s}$	Beschleuniger
$v = c$	$T_k = 0\text{s}$	Licht

$$T_g - T_k = T_g\left(1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)$$

Beispiel 2: Lilly reist im Auto

$$T_g = 2\mathrm{h} = 7200\mathrm{s} \qquad v = 90\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 25\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \qquad c = 3 \cdot 10^8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$T_g - T_k = 25 \cdot 10^{-12}\mathrm{s}$$

$$T_k = T_g \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Beispiel 2: Lilly reist mit hoher Geschwindigkeit

$$T_g = 20\text{d} \qquad v = 0{,}9c \qquad c = 3 \cdot 10^8 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T_k = 9\text{d}$$

Zeitreise:

Während Willy um 20 Tage gealtert ist, ist Lilly 9 Tage älter geworden.

Zwei Personen W und L trennen sich (Ereignis A) und treffen sich wieder (Ereignis B). W bewegt sich frei schwebend, L bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit *v* (gleicher Betrag von *v* auf Hin- und Rückweg). Wenn dabei für W die Zeit T_g vergeht, so vergeht für L die Zeit.

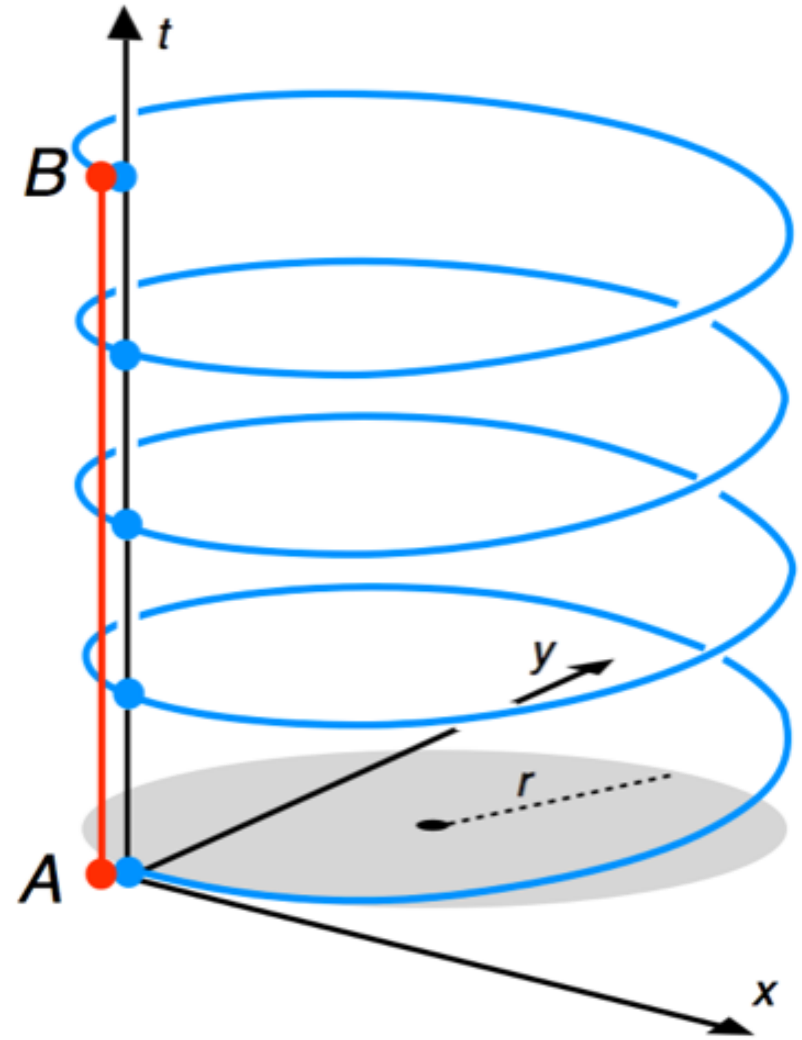
$$T_k = T_g\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

8.1 Darstellungsfragen, Bezeichnungen (Weltlinie)

8.2 Zeitlicher Abstand zweier Raumzeit-Punkte

8.3 Zeitreisen, Zwillingsparadoxon

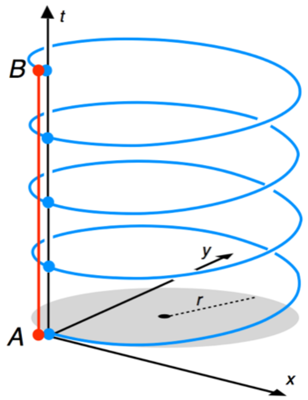
8.4 Bewegung auf einer Kreisbahn, GPS



$$T_g = T$$

$$T_k = T_g\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \qquad v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$T_g - T_k = T_g\left(1-\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right) = T\left(1-\sqrt{1-\frac{4\pi^2 r^2}{c^2 T^2}}\right)$$



$$T_g - T_k = T_g\left(1-\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right) \quad = T\left(1-\sqrt{1-\frac{4\pi^2 r^2}{c^2 T^2}}\right)$$

$$= 4\cdot 10^{-16}\,\mathrm{s}$$

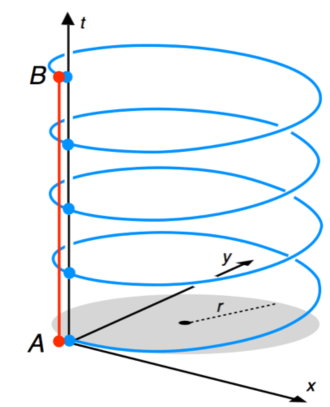
$$T = 5\,\mathrm{s}$$

$$r = 3\,\mathrm{m}$$

Effekt bemerkbar

- wenn Maßgenauigkeit sehr hoch ist.
- wenn Geschwindigkeit sehr hoch ist

Beispiel Myonenbeschleuniger



$$T_g = \frac{T_k}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

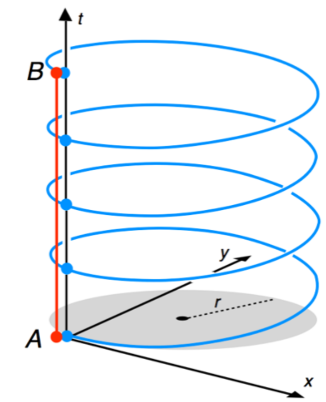
$$= 69{,}6\,\mu s$$

$$T = \tau = 2{,}2\,\mu s$$

$$v = 0{,}9995\,c$$

Für die Laboruhr ist 32 mal so viel Zeit vergangen, wie für die „Uhr des Myons“.

Beispiel GPS



$$T_g - T_k = T_g\left(1-\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right) = T\left(1-\sqrt{1-\frac{4\pi^2r^2}{c^2T^2}}\right)$$

$$= 3{,}6\cdot 10^{-6}\,\mathrm{s}$$

$$T = 12\,\mathrm{h} = 43\,200\,\mathrm{s}$$

$$r = 26\,600\,000\,\mathrm{m}$$

Beispiel GPS

$$T_g - T_k = T_g\left(1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right) = T\left(1 - \sqrt{1 - \frac{4\pi^2 r^2}{c^2 T^2}}\right)$$

$$3{,}6 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{s}$$

„Höheneffekt“ bewirkt, dass die Satellitenuhr um 45,6 µs pro Tag zu viel misst. Er wirkt also entgegengesetzt zum „Geschwindigkeitseffekt“.

45,6 µs – 7,2 µs = 38,4 µs

Ende