

Wo steckt die potenzielle Energie?



FRIEDRICH HERRMANN – MICHAEL POHLIG

In diesem Beitrag, der auf einem Vortrag beim MNU-Bundeskongress 2023 beruht, geht es um die Lokalisierung der potenziellen Energie. Wenn man einen Körper anhebt, nimmt die potenzielle Energie zu. Aber wo genau steckt diese Energie? Das ist eine vernünftige und naheliegende Frage. Die Lehrbücher gehen unterschiedlich mit ihr um. Manche sagen, die Energie stecke in dem Körper, den man angehoben hat. Andere sagen, sie stecke in dem System Erde-Körper. Eine bessere Antwort ist: Sie steckt im Gravitationsfeld. Wir schlagen vor, wie man im Unterricht mit der „potenziellen“ Energie sprachlich umgeht.

1 Einleitung

An der Kiste wird Arbeit verrichtet. Dadurch nimmt ihre potenzielle Energie zu (Abb. 1). Gegen eine solche Aussage hat wohl kaum jemand etwas einzuwenden. Trotzdem gibt es ein Problem.

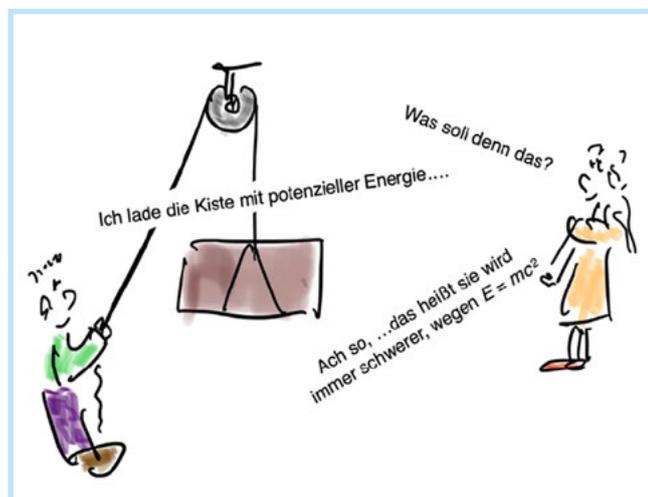


Abb. 1. Die Energie nimmt an einer Stelle ab, an einer anderen zu. Aber wo genau nimmt sie ab und wo nimmt sie zu?

Die Energie ist eine extensive Größe (auch mengenartige oder Quantitätsgröße genannt). Daher kann man erstens von ihr immer sagen, wo sie sich befindet, das heißt, wie sie im Raum verteilt ist, oder physikalischer gesprochen: Man kann die Energiedichte als Funktion des Ortes angeben. Die Energieverteilung kann sich auch zeitlich ändern; sie kann an einer Stelle ab- und dafür an einer anderen zunehmen. Man kann daher zweitens angeben, wie sie von der einen Stelle zur anderen gelangt. Oder wieder mit den Worten der Physik: Man kann die Energiestromdichte als Funktion des Ortes angeben.

Unsere Eingangsaussage bezieht sich auf eine solche Situation. Die Energie nimmt irgendwo ab, sie nimmt irgendwo zu, und es muss auch ein Energiestrom fließen. Weder das eine noch das andere wird aber an- oder ausgesprochen. Einen Teil von dem, was hier fehlt, kann man leicht ergänzen: Die Energie kommt aus den Muskeln des Männchens und sie fließt durch das Seil in die Kiste (Abb. 2). Aber was passiert dann? Verteilt sie sich in der Kiste? Und wenn ja, wie? Wenn nein, wo bleibt sie dann?

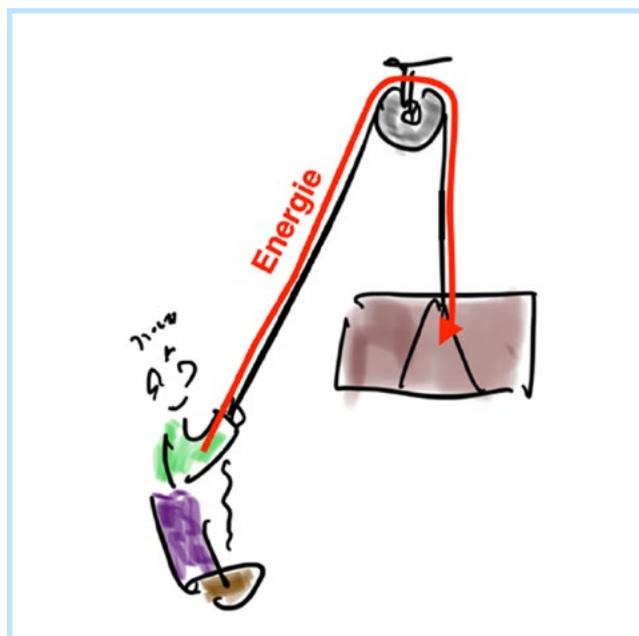


Abb. 2. Beim Anheben des Körpers fließt Energie aus den Muskeln des Männchens über das Seil in die Kiste. Aber wie geht es weiter?

Wir können die Frage auch so formulieren wie es im Titel steht: Wo steckt die potenzielle Energie?

Man könnte denken, dass man die Antwort, wenn vielleicht auch etwas verschlüsselt, in den Lehrbüchern findet. Wir werden daher in Abschnitt 2 zunächst Bücher und Lexika durchsuchen, und (vielleicht überrascht) feststellen, dass die Antworten zum Teil unklar und zum Teil widersprüchlich sind, oder dass auch gar keine Antwort gegeben wird.

Die Ursache für dieses Durcheinander liegt in der historischen Entwicklung des Energiebegriffs. Wir werden diese in Abschnitt 3 kurz in Erinnerung bringen. Um von der potenziellen Energie sagen zu können, wo sie sich befindet, wird eine Theorie gebraucht, die über die Newtonsche Gravitationstheorie hinausgeht. Eine solche Theorie wurde 1893 von HEAVISIDE veröffentlicht. Wir stellen sie in Abschnitt 4 kurz vor. In Abschnitt 5 geht es schließlich darum, was von den vorangegangenen Betrachtungen im Unterricht von Nutzen sein kann.

1. „Hebt man nahe dem Erdboden einen Körper der Masse m in die Höhe h , so leistet man gegen die Schwerkraft mg eine Arbeit

$$W = E = mgh.$$

Sie steckt ebenfalls als Energie in dem Körper; man kann sie zum Beispiel jederzeit in ebenso viel kinetische Energie verwandeln, indem man den Körper fallen lässt.“

MESCHÉDE, D. (2002). *Gerthsen Physik* (21. Aufl.), Springer, S. 24.

2. „Daher heißt mgh die potentielle Energie des Körpers im Erdschwerefeld, bezogen oder normiert auf den Ort, von dem die Hebung begann.“

MESCHÉDE, D. (2010). *Gerthsen Physik* (24. Aufl.), Springer, S. 29.

3. „Die Lageenergie eines Körpers ist umso größer, je höher er sich befindet.“

DAUVEN, N. et al. (2021). *Dorn-Bader Physik* Gesamtband 2 (7–10), Westermann, S. 95.

4. „Das Wasser in einem hoch gelegenen Staubecken besitzt Höhenenergie.“

BOYSEN, G. et al. (2017). *Fokus Physik* Gymnasium 7–10, Cornelsen, S. 15.

5. „Das Potenzial eines Punkts im Gravitationsfeld eines Zentralkörpers der Masse M ist ein Maß für die Energie eines Körpers im betreffenden Punkt.“

HOCHE, D. et al. (2018). *Duden Physik* Gymnasiale Oberstufe, Cornelsen, S. 136.

6. „Wird ein Körper der Masse m von einem Tisch aus, um die Strecke h senkrecht nach oben gehoben, so hat er die Energie $E_{\text{Lage}} = m \cdot g \cdot h$ in Bezug auf den Tisch.“

MAY, L. P. et al. (2019). *Spektrum Physik* 9/10 Gymnasium, Schroedel-Westermann, S. 197.

7. „Für eine Bewegung entgegen der Gewichtskraft muss am Körper Arbeit aufgewendet werden, die nun als potentielle Energie in ihm gespeichert ist.“

Wikipedia. https://de.wikipedia.org/wiki/Potentielle_Energie (25.08.2023).

8. „Die einem Körper innewohnende mechan. E. ist die Folge entweder seiner Lage gegenüber der Umgebung (z.B. bei einer gehobenen Last, bei angestautem Wasser) oder (z.B. bei elastischen Körpern) der Lage seiner kleinsten Teile zueinander (E. der Lage, potentielle E., auch 'Spannkraft')...“

Brockhaus, Handbuch des Wissens (1926), Stichwort „Energie“, S. 673.

9. „Wir nennen die Summe der Gewichte mal den Höhen die potentielle Gravitationsenergie – die Energie, welche ein Objekt besitzt aufgrund seiner Anordnung im Raum, relativ zur Erde.“

FEYNMAN, R. P. et al. (1974), *Vorlesungen über Physik*, Bilingua, Band I, Oldenbourg Verlag, S. 4–5.

Kasten 1. Die potenzielle Energie steckt im angehobenen Körper.

2 Die Antworten von Büchern und Lexika

Wir haben in zahlreichen Quellen nachgesehen: in Physiklehrbüchern für die Schule und für die Universität, in alten und neuen Lexika, und natürlich in Wikipedia. Die Vielfalt der Antworten ist überraschend. Wir haben sie in mehrere Kategorien eingeteilt (Kästen 1 bis 5).

Hier zunächst die häufigste Antwort: Die potenzielle Energie (oder Lageenergie oder Höhenenergie) steckt in dem Körper, den man anhebt (Kasten 1). Man spricht dabei von einem Körper, der im Schwerefeld der Erde angehoben wird; man spricht also von Körper und Erde. Dabei könnte einem auffallen, dass die Erde ja auch ein Körper ist, dass man also auch sagen könnte: der eine Körper im Gravitationsfeld des anderen. Wenn man es so formuliert, erscheint es aber etwas merkwürdig,

dass die potenzielle Energie in dem einen Körper stecken soll, nicht aber im anderen. Übrigens wird gewöhnlich gesagt, dass beim Anheben des Körpers Arbeit geleistet wird. Es wird aber nicht gesagt, dass beim „Arbeit leisten“ ein Energiestrom in den angehobenen Gegenstand fließt. Wird das als selbstverständlich vorausgesetzt?

Nun zu einer zweiten Art von Antwort auf unsere Frage: Die potenzielle Energie steckt im „System Erde-Körper“ (Kasten 2). Wenn man eine Frage, wo sich etwas befindet, in einem anderen Zusammenhang stellen würde, so würde man mit einer solchen Antwort nicht ganz zufrieden sein. Wenn wir zum Beispiel fragen: „Wo befindet sich die Klasse 8b?“, und es antwortet uns jemand „auf dem Schulgelände“, so sehen wir, dass die Antwort zwar nicht falsch ist, aber wahrscheinlich hätten wir es gern etwas genauer gewusst.

1. „Diese Arbeit wird als potentielle Energie mgh im System aus Erde und Skifahrer gespeichert.“
TIPLER, P. A. (1994). *Physik*. Spektrum Akademischer Verlag, S. 142.
2. „Stattdessen wird die übertragene Energie als potenzielle Energie gespeichert, d.h. als Energie, die mit den relativen Lagen verschiedener Teile des Systems zusammen hängt.“
TIPLER, P. A. & MOSCA G. (2009). *Physik für Wissenschaftler und Ingenieure*, Spektrum Akademischer Verlag, S. 224.
3. „Fällt der kleine Körper auf die Erde zu, wird praktisch die gesamte im System Erde-Körper gespeicherte potentielle Energie in kinetische Energie des Körpers übergeführt.“
GREHN, J. (1974). *PSSC Physik*, Vieweg + Teubner, S. 310.
5. „Die Lageenergie oder potenzielle Energie des Systems Erden-Körper der Masse m in Bezug auf ein frei wählbares Bezugsniveau beträgt $E_{\text{pot}} = m g h$.“
GLAS, G. et al. (2020). *Metzler Physik*, Westermann, S. 65.
5. „Man betrachtet einen Gleiter, der auf einer Luftkissenbahn von einem herabsinkenden Antriebsgewicht beschleunigt wird...: Solange im System Erde, Luftkissenbahn, Gleiter und Antriebsmasse keine weiteren Energieüberführungen stattfinden, das System also abgeschlossen ist, lässt sich seine mechanische Energie durch zwei Terme beschreiben:
Höhenenergie: $E_H = m \cdot g \cdot h$
Bewegungsenergie: $E_B = (1/2) m \cdot v^2$ “
APPEL, T. R. et al. (2022). *Impulse Physik* Oberstufe, Ernst Klett Verlag, S. 282.

Kasten 2. Die potenzielle Energie steckt im System Erde-Körper.

1. „Die Energie kann entweder aktuell, d.h. in Arbeitsleistung tatsächlich begriffen sein, kinetische E., oder sie kann vorhanden sein, ohne wirklich Arbeit zu leisten, als ruhende, potentielle oder statische Energie.“
Brockhaus' Kleines Konversations-Lexikon (1910), Stichwort „Energie“, S. 512.
2. „We find it hard to say where this gained potential energy resides, but its amount is definite enough, and the raised weight clearly 'owns' it.“ („Es ist schwer zu sagen, wo sich diese gewonnene potenzielle Energie befindet, aber ihr Betrag ist wohldefiniert, und es ist klar, dass das angehobene Gewicht die Energie 'besitzt'.“)
ROGERS, E. M. (1966), *Physics for the Inquiring Mind*, Princeton University Press, S. 383.
3. „Das Gravitationspotenzial ist eine feldspezifische Größe, welche die Energie pro Masseneinheit in Abhängigkeit vom Abstand zum felderzeugenden Körper angibt.
...
Mithilfe des Potenzials können wir direkt berechnen, wie viel potentielle Energie ΔE_{pot} einem Astronauten zugeführt wird, beziehungsweise welche Arbeit er verrichtet, wenn er vom Erdboden... zu seinem Arbeitsplatz auf der ISS im Orbit ... Kilometer fliegt.“
BURISCH, C. et al. (2022). *Universum Physik*, Gesamtband SII, Cornelsen, S. 106.

Kasten 3. Die potenzielle Energie ist gespeichert bzw. vorhanden, aber man erfährt nicht wo.

1. „Neben der kinetischen Energie definieren wir die potentielle Energie V durch [...] $V = E_{\text{pot}} = - \int F dx$.“
SOMMERFELD, A. (1944). *Mechanik*, Akademische Verlagsgesellschaft, S. 18.
2. „Die Fähigkeit eines Körpers, infolge seiner Lage oder der Anordnung seiner Teile u. ä., Arbeit zu leisten, heißt seine potentielle Energie. Die potentielle Energie ... wird gemessen durch das Produkt aus der wirkenden Kraft ...“
GRIMSEHL, E. (1957). *Lehrbuch der Physik*, Teubner-Verlag S. 83.

Kasten 4. Man spricht so über die Energie, dass sich die Frage nach ihrer Lokalisierung nicht stellt.

Eine dritte Art von Antwort geht etwa so: Es wird zwar zugegeben, dass die potenzielle Energie irgendwo gespeichert ist, und damit auch, dass die Energie eine mengenartige Größe ist, aber

es wird nicht verraten, wo sie gespeichert ist (Kasten 3). Die Frage, wo man die Energie zu verorten hat, muss dann wohl jeder für sich selbst beantworten.

Schließlich noch eine vierte Antwort, die aber eigentlich keine ist. Man beschreibt den Vorgang von Abbildung 1 so, dass man gar nicht erst auf die Idee kommt, nach dem Ort der Energie zu fragen (Kasten 4).

Es zeigt sich, dass unsere scheinbar einfache Frage doch nicht so einfach ist. Die Antworten, die wir gefunden haben, sind zum Teil vage, zum Teil widersprechen sie sich. Wie es zu dieser unbefriedigenden Situation kam, kann man nur verstehen, wenn man einen Blick auf die historische Entwicklung der physikalischen Größe Energie wirft.

3 Wie es zu der verworrenen Situation kam

Die „Geburt“ der Energie war schwieriger als die anderer physikalischer Größen. Sie zog sich hin über etwas mehr als 50 Jahre. Wir wollen die Entstehungsgeschichte hier nicht im Einzelnen beschreiben. Wir beschränken uns auf diejenigen Entwicklungsschritte, die im Zusammenhang mit unserer Frage relevant sind.

Die Geschichte beginnt mit einer interessanten Feststellung. Wenn sich bestimmte Variablen an einem System A ändern, ändern sich auch die Werte von anderen Variablen an einem anderen System B, wobei die Änderungen an A mit denen an B in einem bestimmten Zusammenhang stehen. Dabei kann man eine Art Bilanz aufstellen, wenn man so genannte Äquivalente definiert. Nimmt zum Beispiel die Höhenlage eines Körpers A um so und so viel ab, so nimmt die Temperatur eines anderen Systems B um einen bestimmten Wert zu. Es war eine geniale Entdeckung, dass sich solche Beobachtungen mit Hilfe einer neuen Größe beschreiben lassen, deren Wert bei dem Prozess konstant bleibt. Man nannte sie Energie.

Das geschah um die Mitte des 19. Jahrhunderts. Die Hauptakteure waren JOULE, MAYER und HELMHOLTZ.

Mit der neuen Größe gab es allerdings ein Problem. Eine vernünftige, normale, physikalische Größe ist ein Maß für irgendeine wahrnehmbare oder messbare Eigenschaft: Die Masse ist ein Maß für Schwere und Trägheit, die Temperatur misst das

wärmer oder kälter sein, der Druck misst die Tendenz zu expandieren. Die Energie dagegen manifestiert sich, je nach Situation, auf andere Art – mal durch eine hohe Geschwindigkeit, mal durch eine hohe Temperatur, mal durch einen hohen Druck, usw. Das machte es schwer, mit der neuen Größe so umzugehen wie mit anderen physikalischen Größen.

Die Tatsache, dass man sie bilanzieren kann (wenn ihr Wert in System A um einen bestimmten Betrag abnimmt, muss er in einem anderen System um den gleichen Betrag zunehmen) legte es nahe, dass man mit ihr umgehen kann wie mit einer Quantitätsgröße, d.h. wie etwa mit der Masse oder der elektrischen Ladung. Man dürfte sie sich vorstellen, wie einen Stoff und so über sie sprechen, wie man über einen Stoff spricht. Man dürfte das „Stoffmodell“ verwenden. Das würde den Umgang mit ihr enorm vereinfachen. Leider war man aber dazu noch nicht in der Lage. Obwohl man ihren Wert grob einem Objekt oder Körper zuordnen konnte, war es nicht möglich, eine Verteilung ihrer Dichte und ihrer Stromdichte anzugeben. In moderneren Worten: Man konnte keine lokale Bilanzgleichung, keine „Kontinuitätsgleichung“ formulieren.

Dass dies ein Mangel war, den es zu beseitigen galt, war den Wissenschaftlern durchaus klar, und wurde immer wieder deutlich ausgesprochen, etwa von MAX PLANCK in dem 1887 erschienenen Büchlein mit dem Titel *Das Prinzip der Erhaltung der Energie*. Noch klarer als PLANCK bringt es 1892 HEINRICH HERTZ auf den Punkt:

„Ein grösseres Bedenken scheint mir in der Frage zu liegen, wie weit bei unseren gegenwärtigen Kenntnissen von der Energie die Localisation derselben und ihre Verfolgung von Punkt zu Punkt überhaupt Sinn und Bedeutung hat.“ (HERTZ, 1892, 234)

An späterer Stelle beschreibt er das Problem noch einmal sehr konkret:

„Wenn eine Dampfmaschine mittelst eines hin- und zurücklaufenden Riemens eine Dynamomaschine treibt und diese wiederum mittelst eines hin- und zurücklaufenden Drahtes eine Bogenlampe speist, so ist es allerdings eine allgemein übliche und einwurfsfreie Ausdrucksweise zu sagen, dass die Energie von der Dampfmaschine durch den Riemen auf die Dynamomaschine übertragen werde und von dieser

1. „Wird ein Körper der Masse m gegen die Gravitationskraft F des Feldes [...] bewegt, muss Energie aufgewendet werden. Diese Energie ist dann im Feld gespeichert.“

GOMOLETZ, J. et al. (2007). *Metzler Physik*, Westermann, S. 94.

2. „Um auf der Erde einen Körper um die Strecke Δs gegen die Gewichtskraft anzuheben, benötigt man die Energie $F_G \Delta s$. Da sich die Lage des Körpers relativ zur Erde ändert, ändert sich auch das Gravitationsfeld. [...] Durch die Änderung im Gravitationsfeld vergrößert sich die im Feld gespeicherte Energie um $F_G \Delta s$.“

KIENLE, R. et al. (2021). *Universum Physik* Kursstufe, Cornelsen, S. 31.

3. „Das Schwerefeld ist ein Energiespeicher. Je höher man einen Gegenstand hebt und je schwerer der Gegenstand ist, desto mehr Energie steckt man ins Schwerefeld.“

HERRMANN, F. (2023), *Der Karlsruher Physikkurs*, <https://publikationen.bibliothek.kit.edu/1000154347>, S. 69.

Kasten 5. Die potenzielle Energie ist im Schwerefeld gespeichert.

wiederum mittelst des Drahtes auf die Lampe. Aber hat es einen deutlichen physikalischen Sinn zu behaupten, die Energie bewege sich längs des gespannten Riemens entgegen der Richtung der Bewegung desselben von Punkt zu Punkt fort? Und wenn nicht, kann es dann einen deutlicheren Sinn haben zu sagen, die Energie bewege sich in den Drähten, oder – nach POYNTING – in dem Zwischenraum zwischen den beiden Drähten von Punkt zu Punkt fort? Die hier auftretenden begrifflichen Dunkelheiten bedürfen noch sehr der Aufhellung.“ (HERTZ, 1892, 293)

Das war die Situation mehr als 40 Jahre nach Einführung der Energie. Wir picken noch ein weiteres Zitat heraus, das das Problem ganz ähnlich zum Ausdruck bringt. Kurz nach HERTZ, nämlich 1893, veröffentlichte OLIVER HEAVISIDE in der Zeitschrift *The Electrician* einen Artikel, der mit dem folgenden Satz beginnt:

„To form any notion at all of the flux of gravitational energy, we must first localise the energy.“ (HEAVISIDE, 1893, 281)

Der Artikel trägt den Titel *A gravitational and electromagnetic analogy* und in ihm wird die Lokalisierung der Energie nicht nur angemahnt; die Energie wird tatsächlich lokalisiert. HEAVISIDE zeigt, wie man Energiedichte und Energiestromdichte im Gravitationsfeld berechnen kann. Er beantwortet damit auch die Frage, die uns beschäftigt: Die so genannte potenzielle Energie steckt im Gravitationsfeld – genauso wie die Energie, die man einem elektrisch geladenen Körper zuführt, indem man ihn im Feld eines anderen verschiebt, im elektrischen Feld steckt. In einigen wenigen Lehrbüchern wird das auch gesagt (Kasten 5).

Im folgenden Abschnitt stellen wir einige Aussagen der HEAVISIDESchen Theorie vor.

4 Die Heavisidesche Gravitationstheorie

4.1 Die Analogie zwischen Elektromagnetismus und Gravitoelektromagnetismus

Die Idee, die hinter HEAVISIDES Theorie steckt, ist einfach: Man nehme die MAXWELL-Theorie und ersetze die elektromagnetischen Größen durch zum Teil bekannte, zum Teil neu zu definierende Größen, die sich auf das Gravitationsfeld beziehen. Dabei ist zu beachten, dass einige Vorzeichen umgekehrt werden müssen. Das ist zu erwarten, denn während sich gleichartig geladene Körper abstoßen, ziehen sich Körper auf Grund ihrer Masse gegenseitig an. Wir wollen diese Analogie im Folgenden vorstellen, beschränken uns dabei aber auf diejenigen Größen und Gleichungen, die im Zusammenhang mit unserer Fragestellung von Bedeutung sind. Eine umfassendere Vorstellung findet man etwa in HERRMANN & POHLIG (2022). Man nennt diese Beschreibung Gravitoelektromagnetismus.

Wir beginnen mit zwei Gleichungen, denen man den analogen Charakter sofort ansieht, das COULOMB-Gesetz und das NEWTONsche Gravitationsgesetz:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \leftrightarrow F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Die Symbole haben die übliche Bedeutung: Q ist die elektrische Ladung, m die Masse, ϵ_0 ist die elektrische Feldkonstante und G die Gravitationskonstante. In beiden Fällen nimmt die Kraft mit dem Quadrat des Abstands r vom Mittelpunkt ab. Wir schließen, dass die folgenden Entsprechungen gelten:

$$Q \leftrightarrow m \\ \epsilon_0 \leftrightarrow \frac{1}{4\pi G}$$

Und noch zwei weitere alte Bekannte:

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E} \leftrightarrow \vec{F} = m \cdot \vec{g}$$

Mit der ersten Formel berechnet man die Kraft \vec{F} auf einen Körper, der die elektrische Ladung Q trägt im elektrischen Feld der Feldstärke \vec{E} eines anderen Körpers, mit der zweiten die Kraft auf einen Körper der Masse m im Gravitationsfeld der Feldstärke \vec{g} eines anderen Körpers – meistens der Erde. Es entsprechen sich also außer elektrischer Ladung und Masse noch die elektrische und die Gravitationsfeldstärke (siehe auch Kasten 6):

$$\vec{E} \leftrightarrow \vec{g}$$

Wir diskutieren im Folgenden drei Effekte: Für den ersten kommen wir mit dem aus, was wir gerade vorgestellt haben, und wofür man nichts von HEAVISIDES Theorie zu wissen braucht. Es genügt, die physikalische Größe \vec{g} zu kennen. Interessanter wird es dann bei dem zweiten und dem dritten Effekt.

Schon als Schüler/in lernt man die Größe \vec{g} kennen, etwa im Zusammenhang mit dem freien Fall. Sie wird unter verschiedenen Namen eingeführt: Fallbeschleunigung, Erdbeschleunigung, Gravitationsbeschleunigung oder auch Ortsfaktor. Alle diese Bezeichnungen sind etwas unglücklich. Das \vec{g} kann zwar gleich einer Beschleunigung sein, aber als Faktor in der Gleichung $F = m \cdot \vec{g}$ beschreibt es auch Erscheinungen, bei denen nichts beschleunigt wird. Die Bezeichnung Ortsfaktor soll zum Ausdruck bringen, dass \vec{g} von Ort zu Ort unterschiedliche Werte hat. Das trifft aber auch für alle anderen lokalen Größen zu, wie elektrische Feldstärke, Temperatur, Druck und Geschwindigkeit, die man natürlich deshalb nicht als Ortsfaktoren bezeichnet.

Kasten 6. Der Name der Größe \vec{g}

4.2 Die Energiedichte eines statischen Gravitationsfeldes

Wir fragen nach der Energiedichte im Gravitationsfeld. Wir beginnen aber mit der vertrauteren elektrischen Version. Gegeben ist eine Hohlkugel an deren Oberfläche, gleichmäßig verteilt, elektrische Ladung sitzt (Abb. 3a). Wir wissen, dass die elektrische Feldstärke im Innern der Kugel null ist und außerhalb mit $1/r^2$ abklingt.

Wir verkleinern nun die Kugel, und zwar so, dass die Gesamtladung konstant bleibt (Abb. 3b). Bekanntlich verändert sich dabei das vorher vorhandene äußere Feld (außerhalb der gestrichelten Linie) nicht. Es wird lediglich neues Feld erzeugt,

und zwar an Stellen, die vorher feldfrei waren. Beim Verkleinern der Kugel mussten wir Energie zuführen, weil sich die verschiedenen Ladungsportionen an der Oberfläche der Kugel gegenseitig abstoßen (oder besser: weil das Feld an der Oberfläche der Kugel zieht). Da sich sonst nichts verändert hat, muss diese zugeführte Energie in neu erzeugten Feld stecken. Eine kurze Rechnung liefert die bekannte Formel für die Energiedichte,

$$\rho_E = \frac{\epsilon_0}{2} |\vec{E}|^2.$$

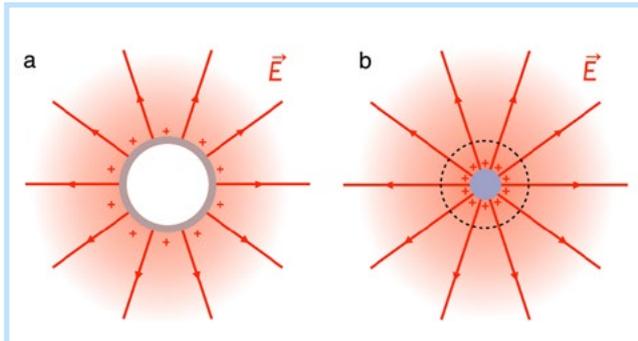


Abb. 3. (a) Elektrisch geladene Hohlkugel. Das Innere ist feldfrei. (b) Die Kugel wurde bei konstanter Ladung verkleinert. Dabei entsteht innerhalb der gestrichelten Linie neues elektrisches Feld.

Und nun der entsprechende Vorgang im Fall der Gravitation. Wieder betrachten wir eine Hohlkugel. Diesmal ist sie nicht elektrisch geladen; vielmehr kommt es uns auf ihre Masse an (Abb. 4a).

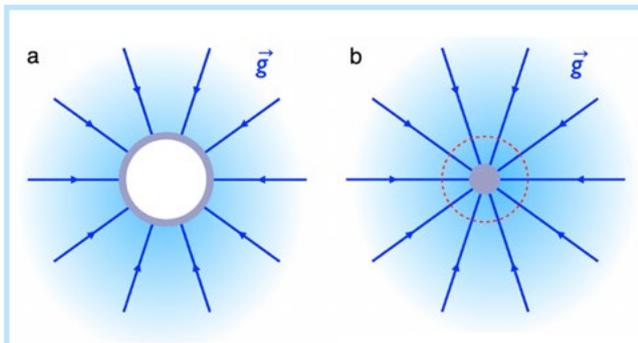


Abb. 4. (a) Hohlkugel mit einer bestimmten Masse. Das Innere ist gravitationsfeldfrei. (b) Die Kugel wurde bei konstanter Masse verkleinert. Dabei entsteht innerhalb der gestrichelten Linie neues Gravitationsfeld.

Für ihr Gravitationsfeld gilt dasselbe wie für das elektrische Feld in Abbildung 3a: Im Innern ist die (Gravitations-)Feldstärke null, außen klingt sie mit $1/r^2$ ab. Wieder wollen wir die Kugel verkleinern, und zwar diesmal so, dass die Masse konstant bleibt. Auch hier bleibt das Feld außen unverändert, während innen neues Feld entsteht. Im Unterschied zum elektrischen Fall haben wir aber zum Verkleinern der Kugel keine Energie gebraucht. Im Gegenteil: Wir haben Energie herausbekommen, denn die verschiedenen Masseportionen aus denen die Hohl-

kugel besteht, ziehen sich gegenseitig an (das Feld drückt von außen auf die Kugel). Wir haben Feld erzeugt, und dabei wurde Energie abgegeben. Die Energie des Gravitationsfeldes muss daher negativ sein. Dieselbe Rechnung wie im elektrischen Fall führt zur Formel für die Energiedichte im Gravitationsfeld:

$$\rho_E = -\frac{1}{8\pi G} |\vec{g}|^2$$

Fassen wir das Ergebnis unserer Überlegung noch einmal zusammen:

Die Energiedichte des Gravitationsfeldes ist negativ.

Um feldfreien Raum zu erzeugen braucht man Energie.

4.3 Das gravitomagnetische Feld und die gravitative „Lorentzkraft“

Da die HEAVISIDESCHE Theorie dieselbe Struktur hat wie die MAXWELL-Theorie, tritt in ihr auch das Gravitationsanalogon zum magnetischen Feld auf. Man nennt es das gravitomagnetische Feld. Die der Flussdichte \vec{B} entsprechende Größe, die gravitomagnetische Flussdichte bezeichnet man mit \vec{b} .

Über diese Größe erfährt man in den meisten Lehrbüchern nichts. Wir werden im Folgenden den Grund dafür kennenlernen, bevor wir im nächsten Abschnitt feststellen, dass es doch einen guten Grund gibt, sich mit dieser Größe vertraut zu machen.

Die magnetische Flussdichte \vec{B} der Elektrodynamik braucht man bekanntlich, um die Lorentzkraft zu berechnen. Die Lorentzkraft erklärt zum Beispiel, warum sich zwei parallele Drähte, durch die elektrische Ströme in die gleiche Richtung fließen, anziehen. Jeder von uns macht das Experiment im Unterricht. Entsprechend müsste es auch eine gravitative „Lorentzkraft“ geben. Zwei Körper, die sich relativ zueinander bewegen, müssten sich anziehen oder abstoßen, weil mit ihren Bewegungen Masseströme verbunden sind. Weil wir damit rechnen, dass der Effekt sehr klein ist, betrachten wir als Beispiel zwei möglichst große Masseströme:

- Ein Teil der Erde, der sich, von außen gesehen, von West nach Ost bewegt (Abb. 5);
- ein großes Flugzeug, das sich ebenfalls von West nach Ost bewegen soll.



Abb. 5. Die sich bewegende Erde und das Flugzeug bilden zwei Masseströme, die in dieselbe Richtung (von rechts nach links) fließen.

Wegen des allgegenwärtigen negativen Vorzeichens ziehen sich die beiden Objekte nicht an, sondern stoßen sich ab; das Flugzeug wird leichter. Eine Abschätzung dieses Effekts sagt uns

nun, dass das Flugzeug, für dessen Masse wir 400 t angesetzt hatten, um 1 μg leichter wird.

Dass das Ergebnis so klein ausfällt war zu erwarten, denn

- erstens sind Gravitationskräfte allgemein um einen Faktor von etwa 10^{39} kleiner als elektrische Kräfte, und
- zweitens sind magnetische Kräfte um einen Faktor v^2/c^2 kleiner als elektrische (v ist die Geschwindigkeit des Ladungs- bzw. Massenstroms, c die Grenzgeschwindigkeit).

Wenn man einen Nachweis für das gravitomagnetische Feld sucht, so bringt es also nichts, nach Lorentzkräften Ausschau zu halten, und das ist wohl auch der Grund dafür, dass man sie im Physikunterricht oder in der Vorlesung nicht anspricht.

4.4 Energieströme im Gravitationsfeld

Nun macht sich das \vec{b} -Feld aber nicht nur über die Lorentzkraft bemerkbar. Es tritt auch in der Formel für die Energiestromdichte \vec{j}_E auf. Im elektrischen Fall gilt:

$$\vec{j}_E = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

(Den Ausdruck auf der rechten Seite der Gleichung nennt man Poynting-Vektor.) Für den Gravitationsfall gilt entsprechend:

$$\vec{j}_E = -\frac{c^2}{4\pi G} \vec{g} \times \vec{b} \quad (1)$$

wo wir die Übersetzungsregel

$$\mu_0 \leftrightarrow \frac{4\pi G}{c^2}$$

verwendet haben.

Im Gegensatz zu den gravitativen Lorentzkräften, machen sich die Energieströme im Gravitationsfeld sehr deutlich bemerkbar. Genauer: Wir spüren die Änderung der potenziellen Energie, d.h. der Energie im Feld. Diese kann aber nur durch einen Energiestrom wie er durch Gleichung (1) beschrieben wird, zustande kommen. Und diesen Energiestrom gibt es nur, weil \vec{b} von null verschieden ist.

Wir wollen die Energieströmung in einem konkreten, einfachen Fall betrachten. Ein schwerer, vertikal orientierter Stab wird angehoben, d.h. in seiner Längsrichtung verschoben (Abb. 6). Dazu muss man ihm Energie zuführen; Energie, von der man sagt, sie werde als potenzielle Energie gespeichert. Nun wissen wir aber, dass diese Energie nicht im Stab gespeichert wird, sondern, dass sie ihn wieder verlässt und im Feld gespeichert wird. Es muss also ein Energiestrom im Feld, weg vom Stab fließen, sodass die Energie irgendwie im Feld verteilt wird. Diesen Energiestrom wollen wir uns näher ansehen.

Wir brauchen zunächst das \vec{g} -Feld. Das Feld der Erde ist um viele Größenordnungen größer als das des Stabes. Der Beitrag des Stabes zum Feld kann daher gegen den der Erde vernachlässigt werden. In anderen Worten: das \vec{g} -Feld ist praktisch homogen. Nun zum \vec{b} -Feld: Da die MAXWELL-Theorie und die HEAVISIDESche Theorie völlig analog sind, können wir schließen, dass das \vec{b} -Feld genauso aussieht wie das \vec{B} -Feld eines elektri-

schen Leiters, durch den ein elektrischer Strom fließt, nur ist die Richtung umgekehrt. (Hier gilt also eine „Linke-Hand-Regel“.) Da die Energiestromlinien orthogonal zu \vec{g} und zu \vec{b} verlaufen, laufen sie von unserem Stab aus radial nach außen.

Wir sehen hier eine Eigenschaft des Energiestroms, die auch auftritt, wenn die Geometrie des Körpers nicht mehr so einfach ist. Die Stromlinien verlaufen waagrecht, so lange wir das \vec{g} Feld als homogen betrachten können. In einem unendlich ausgedehnten homogenen Feld würde sich die Energie also unendlich weit verteilen.

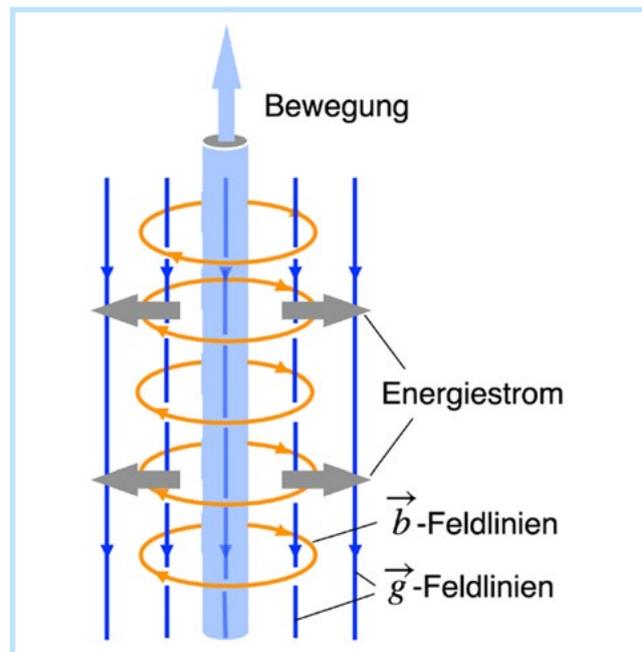


Abb. 6. Ein Stab wird im Gravitationsfeld der Erde nach oben verschoben.

Wir fassen zusammen:

Wenn man einen Körper im Gravitationsfeld der Erde anhebt, führt man ihm Energie zu. Diese wird, über einen großen Bereich verteilt, im Feld gespeichert.

5 Empfehlungen für den Schulunterricht

5.1 Was man als Lehrkraft über das Thema wissen sollte

Wir wollen kurz das zusammenfassen, was man unserer Meinung nach, als Lehrkraft wissen sollte:

1. Es gibt eine Gravitationstheorie, die der NEWTONSchen Theorie überlegen ist, die aber nicht an die Allgemeine Relativitätstheorie (ART) heranreicht, und keine ART-Effekte beschreiben kann. Sie hat dieselbe mathematische Struktur wie die MAXWELL-Theorie.
2. Die so genannte potenzielle Energie ist im Gravitationsfeld gespeichert.
3. Die Energiedichte des Gravitationsfeldes ist negativ.
4. Die der Lorentzkraft entsprechende Gravitationskraft ist so klein, dass sie praktisch unbedeutend ist.

5.2 Konsequenzen für den Unterricht

Was ergibt sich daraus für unseren Unterricht?

Die Tatsache, dass eine physikalische Größe extensiv (oder mengenartig) ist, erleichtert den Umgang mit ihr erheblich. Wenn wir etwa über die elektrische Ladung sprechen, so können wir dieselbe Sprache verwenden, die wir auch benutzen, wenn wir über einen Stoff sprechen: die elektrische Ladung befindet sich hier oder dort, sie fließt oder strömt oder geht von A nach B, man kann sie konzentrieren, verdünnen, sie kann sich verkrümmeln und sie kann verschwinden.

Auch die Energie ist eine extensive Größe, aber der sprachliche Umgang in den meisten Lehrbüchern lässt das nicht erkennen. Er suggeriert vielmehr, dass es sich um eine besonders tückische Größe handelt. Hier noch einmal der Wikipedia-Satz aus unserem Kasten 1: „Für eine Bewegung entgegen der Gewichtskraft muss am Körper Arbeit aufgewendet werden, die nun als potentielle Energie in ihm gespeichert ist.“ (Wikipedia, 2023). Es wird nicht gesagt, dass Energie zugeführt wird, nur, dass sie zunimmt, und das an der falschen Stelle.

Wenn wir nun wissen, dass die Energie im Feld gespeichert ist, so können wir das auch klar ausdrücken. Abbildung 2 würden wir etwa so beschreiben: Aus den Muskeln des Männchens fließt Energie durch das Seil zur Kiste. Sie bleibt dort aber nicht, sondern geht weiter ins Gravitationsfeld, in welchem sie sich über einen weiten Bereich verteilt.

Wir fassen zusammen:

- Man kann, auch im Fall der Gravitation über die Energie sprechen wie über einen Stoff.

- Man kann mit gutem Gewissen sagen, dass die Energie, die man einem Körper beim Anheben zuführt, den Körper wieder verlässt und im Gravitationsfeld gespeichert wird.
- Man sollte die Bezeichnung „potenziell“ in diesem Zusammenhang vermeiden.

Literatur

HEAVISIDE, O. (1893). A gravitational and electromagnetic analogy, Part I. *The Electrician*, 31, 281-282.

HERRMANN, F. & POHLIG, M. (2022). Gravitoelectromagnetism: Removing action-at-a-distance in teaching physics. *Am. J. Phys.*, 90, 410-415.

HERTZ, H. (1892). *Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen Kraft*. Leipzig: Johann Ambrosius Barth.

PLANCK, M. (1908). *Das Prinzip der Erhaltung der Energie* (die erste Auflage war 1887 erschienen). Leipzig und Berlin: Verlag von G. B. Teubner.

THIRRING, H. (1918). Über die formale Analogie zwischen den elektromagnetischen Grundgleichungen und den Einsteinschen Gravitationsgleichungen erster Näherung. *Physikalische Zeitschrift*, 19, 204-205.

Wikipedia (2023). https://de.wikipedia.org/wiki/Potentielle_Energie (25.08.2023).

Prof. Dr. FRIEDRICH HERRMANN, f.herrmann@kit.edu, ist jetzt im Ruhestand. Er hat am KIT Student/inn/en der Physik und des Lehramts Physik ausgebildet und war gleichzeitig Physiklehrer am Europagymnasium in Wörth am Rhein.

StD a.D. MICHAEL POHLIG, pohlig@kit.edu, war Abteilungsleiter am Wilhelm-Hausenstein-Gymnasium in Durmersheim. Seit 2007 hat er am KIT einen Lehrauftrag im Bereich „Didaktik der Physik“. ■□